

Predicción de las zonas de agrietamiento debido a la extracción de agua

Prediction of faulting zones due to water extraction

E. Rojas González,
J. Arzate Flores,
M. Arroyo Contreras,

Profesor, Universidad Autónoma de Querétaro
Investigador Centro de Geociencias de Juriquilla, Universidad Autónoma de México
Profesor, Universidad Autónoma de Querétaro

RESUMEN. El agrietamiento del suelo es un problema que se está presentando en muchos países del mundo en donde la extracción de agua sobrepasa la recarga natural de los acuíferos. Debido a la magnitud de los asentamientos diferenciales involucrados en este fenómeno, las obras de ingeniería civil pueden verse gravemente afectadas provocando importantes pérdidas económicas. En este artículo se propone un análisis aproximado del fenómeno de subsidencia y fallamiento del suelo que se puede aplicar a la predicción de las zonas potenciales de agrietamiento. Para ello se recurre a la teoría de pérdida volumétrica aplicada a un basamento de forma irregular. Este análisis muestra que durante el fenómeno de subsidencia, se desarrollan zonas de tensión en el suelo que pueden relacionarse con las proyecciones verticales de los puntos de inflexión del basamento. También se muestra que en un cierto momento y si la extracción de agua continúa, los asentamientos diferenciales pueden evolucionar en fallamientos del suelo, manifestándose por la aparición de un escalón entre los labios de la grieta. Finalmente cuando se produce dicho fallamiento, las zonas de tensión tienden a desplazarse generando con ello nuevas zonas potenciales de agrietamiento.

1. INTRODUCCIÓN

Los agrietamientos y fallamientos del terreno generalmente aparecen en suelos aluviales que han sufrido un abatimiento importante del nivel freático y bajo los cuales existen basamentos rocosos irregulares (Heidl y Feth (1955), Holtzer (1976), Larson (1984), Pashley (1961), Robinson y Peterson (1962), Winikka (1964)). Refiriéndose al agrietamiento por extracción de agua, Jachens and Holtzer (1980) hicieron las siguientes observaciones de campo en algunos estados sureños de los Estados Unidos:

- a. Generalmente coinciden con fallas geológicas sepultadas por aluviones.
- b. Pueden alcanzar varios kilómetros de extensión.
- c. Aparecen súbitamente en la superficie del terreno en donde se presentaron asentamientos diferenciales previos.
- d. Generalmente aparecen en la zona donde la pendiente de los asentamiento alcanza su valor máximo.
- e. Nuevos agrietamientos pueden aparecer en dirección paralela a los primeros.
- f. Algunos agrietamientos se intersectan pero nunca se cruzan.
- g. El ancho inicial del agrietamiento puede ser de uno a dos centímetros, sin embargo, generalmente se ensanchan debido a la erosión.
- h. La deformación de tensión necesaria para el desarrollo de un agrietamiento depende de las propiedades mecánicas del suelo, sin embargo generalmente varía entre 0.1 a 0.4%.

- i. La evolución de un agrietamiento depende de la velocidad a la que se abate el nivel freático. Si éste declina rápidamente, los agrietamientos también se desarrollan rápidamente.

En México, la mayor parte de las ciudades afectadas por el fenómeno del agrietamiento se encuentran localizadas en la zona norte de la provincia geológica conocida como el Cinturón Volcánico de México, que es una zona volcánica con dirección Este-Oeste, de entre 20 y 200 km de ancho y 1000 km de largo. Varias fallas normales de dirección NNO cortan este cinturón. Estas formaciones propiciaron la aparición de estructuras del tipo graben las cuales se rellenaron con materiales aluviales generando valles fértiles en los cuales se han desarrollado ciudades de diversos tamaños. Debido a la velocidad creciente a la que se explotan las aguas subterráneas en estas ciudades, se han acelerado los fenómenos de consolidación y subsidencia. Si el valle se localiza desplantado sobre un basamento con irregularidades bruscas e importantes, entonces el fenómeno de subsidencia se combina con los de agrietamiento y fallamiento del suelo.

2. ANÁLISIS DE LA SUBSIDENCIA

2.1 Incremento de esfuerzos efectivos

La relación entre el esfuerzo efectivo vertical (σ), el esfuerzo vertical total (σ^T) y la presión de poro (u_w) en una masa de suelo, está dada por la ecuación de Terzaghi para esfuerzos: $\sigma = \sigma^T - u_w$. Si el nivel freático sufre un abatimiento, Δh , mientras el esfuerzo total permanece constante, entonces la presión de poro se reduce en $-\Delta u_w = \Delta h \gamma_w$, donde γ_w representa el peso volumétrico del agua. En tal caso, el incremento de esfuerzo efectivo en la masa de suelo es $\Delta \sigma' = -\Delta u_w$.

Si se considera que el suelo es isótropo y homogéneo, que el nivel freático se encuentra en la superficie del suelo y además que el acuífero se seca completamente al final del proceso de extracción, entonces la relación entre el esfuerzo efectivo vertical inicial (σ_i) y final (σ_f) para un punto localizado a la profundidad y está dado por

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_f} = \frac{(\gamma_n - \gamma_w)y}{(\gamma_n)y} = \frac{\gamma_n - \gamma_w}{\gamma_n} \quad (1)$$

El cual es un valor constante representado por la relación entre el peso específico del suelo sumergido ($\gamma_s - \gamma_w$) y seco (γ_s). Si además se considera que el proceso de deformación volumétrica del suelo por drenado se puede modelar en forma aproximada por medio de las ecuaciones de consolidación utilizando un índice de

compresión C_c , definido como $C_c = e_0 - e_f / \log \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_f} \right)$

donde e_0 y e_f representan la relación de vacíos inicial y final, entonces la deformación volumétrica de un suelo homogéneo e isótropo que se consolida por la extracción del agua, es una constante dada por

$$\varepsilon_v = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma_i}{\sigma_f} = C_f \quad (2)$$

donde C_f representa el factor de compresión definido

$$\text{como } C_f = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\gamma_n - \gamma_w}{\gamma_n}$$

De la misma manera, el desplazamiento vertical v de una columna de suelo de espesor h durante la consolidación unidimensional (i.e. sin desplazamientos horizontales) está dado por

$$v = C_f h \quad (3)$$

4.2 Análisis de subsidencia por pérdida volumétrica

El incremento de esfuerzos efectivos en la masa de suelo debido a una disminución de su presión de poro generado por el abatimiento del nivel de aguas freáticas, provoca la consolidación de la masa de suelo. Si el basamento rocoso es irregular, entonces los desplazamientos de las partículas de suelo se realizan no sólo en la dirección vertical sino también en la horizontal. Esto puede provocar la aparición de zonas de tensión dentro de la masa de suelo. Para poder determinar con precisión la localización de estas zonas es necesario conocer los desplazamientos de las partículas de suelo confinadas por un basamento irregular. Estos desplazamientos se pueden obtener por medio de la teoría de pérdida volumétrica desarrollada por Sagaseta (1987).

Sagaseta (1987) propuso una solución aproximada para determinar los desplazamientos en una masa de suelo homogénea de donde se extrae un volumen finito de material. Si estas ecuaciones se integran sobre el volumen total de la masa de suelo afectada por la disminución de la presión de poro, entonces es posible determinar los vectores de desplazamiento y de allí obtener las deformaciones unitarias y por lo tanto las zonas de tensión. Este análisis se realiza siguiendo los siguientes pasos.

- El desplazamiento causado por la pérdida volumétrica se obtiene considerando que se realiza una perforación infinitesimal en un medio infinito.
- La superficie libre se introduce al considerar una imagen negativa de la perforación es decir un incremento volumétrico de igual valor al de la extracción.
- Los esfuerzos tangenciales remanentes en la superficie libre se pueden calcular y restar de la solución.

Inicialmente, se ignora la existencia de una superficie libre y por lo tanto, todos los desplazamientos se dirigen hacia el centro de la extracción. Para el caso de pequeños desplazamientos, se obtiene la siguiente ecuación:

$$u_r = \frac{a}{2} \left(\frac{a}{r} \right) \quad (4)$$

donde u_r representa el desplazamiento radial, $r = \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]^{1/2}$ es la distancia del (x, y) al centro de la extracción (x_0, y_0) . En la segunda etapa, la adición de una imagen negativa lleva a los siguientes desplazamientos horizontales (u) y verticales (v)

$$u = -\frac{a^2}{2} \left(\frac{x}{r_1^2} - \frac{x}{r_2^2} \right), \quad v = -\frac{a^2}{2} \left(\frac{y-h}{r_1^2} - \frac{y+h}{r_2^2} \right) \quad (5)$$

donde h representa la profundidad de la extracción colocada verticalmente al origen y r_1 y r_2 son las distancias radiales desde el punto considerado (x, y) a la extracción y a la imagen negativa, respectivamente. Finalmente, la eliminación completa de los esfuerzos remanentes en la superficie se logra por medio de la integración de la ecuación de Cerruti (Westergard, 1940) para una fuerza puntual en la superficie, resultado en las ecuaciones

$$u_r = -a^2 \frac{x}{r_2^2} \left[1 - 2 \frac{y(y+h)}{r_2^2} \right], \quad v_r = a^2 \frac{y}{r_2^2} \left(1 - 2 \frac{x^2}{r_2^2} \right) \quad (6)$$

La adición de las ecuaciones 5 y 6 representan la solución para los desplazamientos producidos por una extracción en un semiespacio. Para los desplazamientos producidos por tuneo o extracción de un pilote, las ecuaciones anteriores deben integrarse para la pérdida volumétrica completa para poder calcular los desplazamientos totales dentro de la masa de suelo.

Este análisis se puede aplicar a la consolidación de suelos por la extracción de agua, si se considera que el volumen de extracción corresponde con la reducción volumétrica del suelo al considerarse que se extrae un cierto volumen de agua. Por lo tanto, es necesario multiplicar las ecuaciones 5 y 6 de los desplazamientos por el factor de compresión C_f e integrar dichas ecuaciones para la masa completa de suelo que se consolida. Este análisis resulta válido para las deformaciones volumétricas que ocurren cuando el suelo permanece saturado. Si el suelo se continúa desecando, se requerirá un análisis más sofisticado para determinar el factor de compresión general.

Cuando la masa de suelo queda confinada por un basamento rocoso horizontal, esta nueva frontera puede introducirse en el análisis si se considera una imagen positiva de la extracción inicial. Adicionalmente, a esta nueva imagen tiene que agregarse una imagen negativa simétrica a la primer superficie que permita respetar las condiciones de superficie libre. Además esta imagen negativa tendrá que considerarse evoluciona en una serie infinita de imágenes positivas y negativas alejándose cada vez más del origen. Sin embargo, una precisión adecuada puede obtenerse si se considera únicamente tres o cuatro imágenes para cada frontera. Estas series toma la siguiente forma para los desplazamientos horizontales y verticales respectivamente

$$u = -a^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{x-x_{0i}}{r_{1i}^2} - \frac{x-x_{0i}}{r_{2i}^2} \right) + \frac{x-x_{0i}}{r_{2i}^2} \left[1 - 2 \frac{(y-y_{0i})(y-y_{0i}+h_i)}{r_{2i}^2} \right]$$

$$v = -a^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{y-y_{0i}-h_i}{r_{1i}^2} - \frac{y-y_{0i}+h_i}{r_{2i}^2} \right) - \frac{y-y_{0i}}{r_{2i}^2} \left(1 - 2 \frac{x^2}{r_{2i}^2} \right)$$

donde el subíndice i se refiere al i ésimo extracción con su correspondiente imagen negativa. Este tipo de análisis puede aplicarse para fronteras paralelas o inclusive para el caso en que éstas forman un ángulo, tal como se representa en la Figura 1. Es importante señalar que durante la adición de los desplazamientos, es necesario realizar la rotación de los ejes de referencia del plano inclinado.

Para el caso de superficies irregulares, es posible obtener una solución aproximada si se consideran superficies planas virtuales de la proyección tanto vertical como horizontal del punto analizado. Estas superficies virtuales se desplazan de acuerdo a la posición del punto analizado y en conjunto se aproximan a la forma de la superficie irregular que está siendo analizada (Figura 2). Este procedimiento se aplica en la sección siguiente para el caso de un basamento rocoso de forma sinusoidal.

3. COMPORTAMIENTO DE UN BASAMENTO SINUSOIDAL

Si se considera un basamento sinusoidal con una profundidad máxima h y un ancho máximo de $2a$, como el que se muestra en la Figura 2, entonces los desplazamientos dentro de la masa de suelo deben verificar las siguientes condiciones:

- Los desplazamientos horizontales u en el eje de simetría del basamento deben ser nulos. Por lo tanto, los desplazamientos verticales v en este mismo eje deben alcanzar valores cercanos a los de la consolidación unidimensional.
- Ambos desplazamientos, el horizontal y el vertical (u, v) deben ser nulos en el basamento rocoso.
- Las deformaciones volumétricas dentro de la masa de suelo deben ser iguales al factor de compresión C_f .

Las Figuras 3 y 4 muestran los desplazamientos horizontales así como los vectores de desplazamiento obtenidos con este procedimiento para un suelo con coeficiente de compresión de 0.08 y un basamento rocoso sinusoidal con altura máxima de 100m y ancho máximo de 200 m. Esta geometría y factor de compresión son aproximadamente los que se presentan en el valle de Querétaro, en donde han surgido una serie de agrietamientos a partir de los años 70.

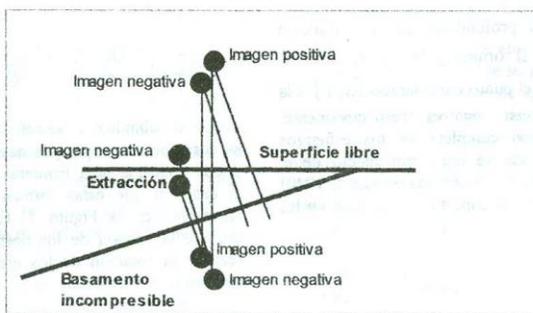


Fig. 1, Análisis por imágenes con fronteras inclinadas

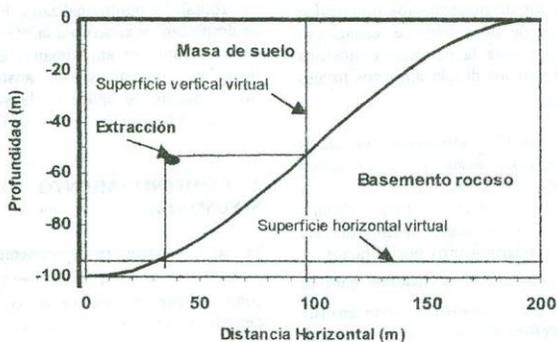


Fig. 2, Fronteras verticales y horizontales virtuales para un basamento irregular

Estas figuras muestran que tanto los desplazamientos verticales como horizontales satisfacen las condiciones de frontera establecidas previamente. Como se esperaba, el desplazamiento máximo ocurre al centro del graben y es del orden de 7.6 m. Este valor es ligeramente inferior al esperado de 8.0 m en consolidación unidimensional, debido básicamente a que se presentan algunas deformaciones horizontales cerca del eje de simetría y a que la serie infinita de imágenes se aproximó únicamente a tres elementos positivos y negativos.

Algunos desplazamientos horizontales importantes ocurren en el hombro del basamento cerca de la superficie del suelo (Figura 3) los cuales generan fuertes esfuerzos de tensión. Finalmente, el mapa de desplazamientos vectoriales (Figura 4) muestra que la mayoría de las partículas de suelo se desplazan verticalmente hacia abajo, excepto en los hombros del

goben en donde los desplazamientos horizontales son mayores

Con estos desplazamientos horizontales y verticales, es posible obtener las deformaciones unitarias. Las curvas de igual deformación horizontal unitaria se muestran en la Figura 5. Esta figura muestra que se presentan dos zonas de tensión (valores negativos y tono oscuro) muy importantes en la masa de suelo. La primera ocurre hacia el hombro graben y la segunda a la izquierda del punto del inflexión ($x=100, y=50$). Dependiendo de las propiedades mecánicas del suelo y la velocidad de explotación del acuífero así como de las heterogeneidades locales, el agrietamiento puede presentarse en cualquier lugar dentro de estas zonas, sin embargo, para un suelo homogéneo, la localización más probable del agrietamiento coincide con el valor máximo de la deformación de tensión.

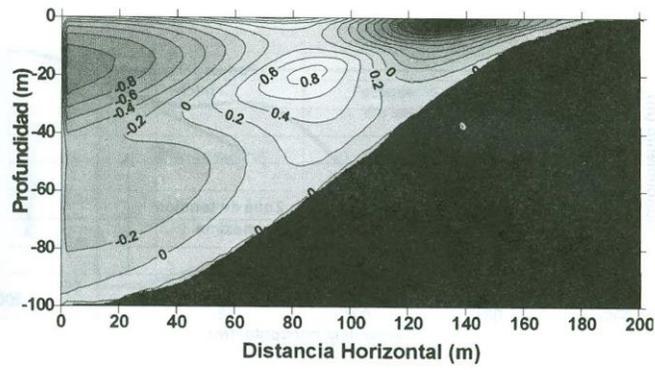


Fig. 3, Desplazamientos horizontales (en m).

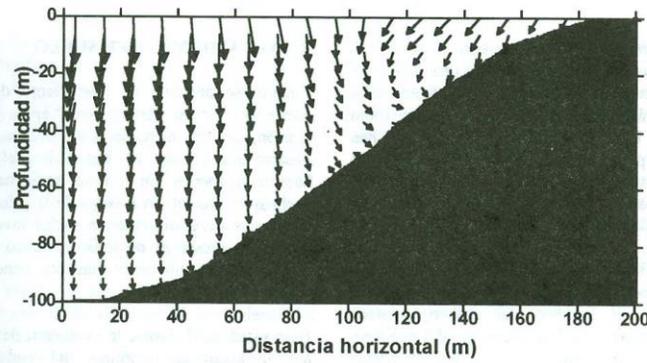


Fig. 4, Mapa de vectores de desplazamiento en la masa de suelo

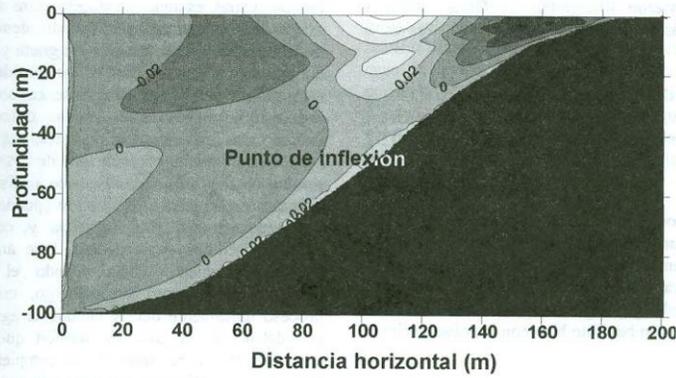


Fig. 5, Deformaciones horizontales (en m)

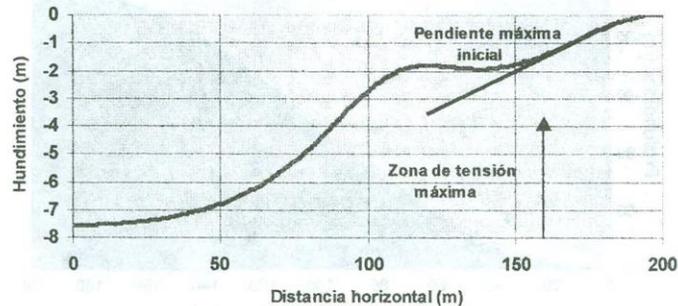


Fig. 6. Perfil de la superficie del suelo para abatimiento completo y sin fallamiento

La Figura 6 muestra e perfil del terreno al ocurrir el drenado total del acuífero. Obsérvese que una depresión del terreno ocurre entre los 130 y 140 m del origen, cerca de la zona de tensión máxima que ocurre a los 160m aproximadamente. Este tipo de depresiones se han observado en campo y anteceden la aparición de las grietas. En este estudio se considera que el drenado del acuífero se realiza en forma instantánea, sin embargo, en realidad este drenado ocurre a través del tiempo durante varias decenas de años, afectando inicialmente los estratos más superficiales. Esto implica que la depresión inicial del terreno, la cual presenta pendientes pronunciadas hacia el hombro del graben, aparece durante los primeros años de la explotación del acuífero Jachens y Holtzer (1980) han reportado que las grietas tienden a aparecer cerca del punto de máxima pendiente de las deformaciones superficiales. Este resultado también lo obtuvieron Rhotemburg y Obha (1995) y concuerda con los resultados teóricos presentados en la Figura 6.

Adicionando la deformación vertical y horizontal, se obtienen las curvas de igual deformación volumétrica, que para la mayor parte del suelo varía entre 0.06 y 0.07, mientras que el valor esperado es el del factor de compresión ($C_f = 0.08$). Estas variaciones se atribuyen a la geometría irregular del basamento, la cual se aproximó a una serie de proyecciones verticales y horizontales, además del escaso número de elementos considerados para las series de imágenes positivas y negativas. Sin embargo, a pesar de esto, los resultados obtenidos concuerdan bastante bien con las observaciones de campo.

4. FALLAMIENTO DEL SUELO

Cuando se presenta un abatimiento del nivel freático, puede ocurrir un agrietamiento en la zona de máxima tensión, cercana al hombro del graben, el cual tiende a desarrollarse desde la superficie del suelo hasta el basamento rocoso. En tal caso, se forman dos bloques de suelo que interactúan a largo de la grieta. Para que esto ocurra, es necesario que los suelos involucrados en este fenómeno presenten un índice plástico medio o bajo ya que los suelos altamente plásticos tienden a deformarse sin agrietarse.

Bajo estas condiciones, la evolución de la masa de suelo ante un abatimiento continuo del nivel freático se puede estudiar analizando el comportamiento de cada uno de estos bloques (Figura 7). El primer bloque, denominado bloque central, es aquel localizado entre el eje de simetría del graben y la grieta, y el segundo, denominado bloque de frontera, se encuentra entre la grieta y el afloramiento del basamento. Por simplicidad, se considera que la grieta es vertical, ya que en campo se ha observado que el ángulo que muestran las grietas difiere poco de la vertical. De esta manera, los desplazamientos de las partículas de suelo en cada uno de los dos bloques se pueden obtener aplicando el mismo análisis utilizado para la masa completa. Además se pueden obtener los desplazamientos de la superficie y compararlos con aquellos medidos en el campo. Este análisis considera que el fallamiento inicia cuando el nivel freático comienza a declinar. Sin embargo, en realidad, este proceso únicamente ocurre cuando el agua se encuentra por debajo de la zona de tensión que es cuando el agrietamiento se ha desarrollado completamente. Por lo tanto, este análisis es únicamente una aproximación de lo que realmente ocurre en el campo.

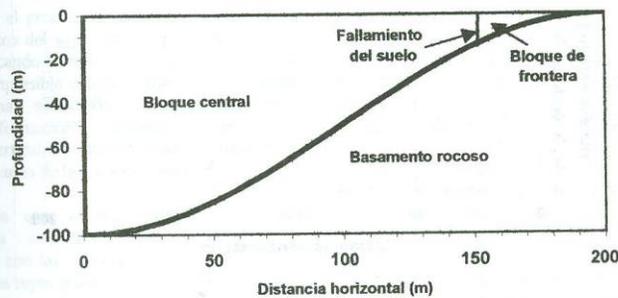


Fig. 7. Análisis por bloques separados

Se obtuvieron las deformaciones verticales de los bloques centrales y de frontera para una grieta que aparece a 150m del eje de simetría del graben estudiado ($a = 200, h = 100$). El perfil de la superficie generada por estos desplazamientos, se presenta en la Figura 8, la cual muestra un escalón de más de 75 cm de altura, en la zona donde se presenta el agrietamiento. De esta manera el fenómeno de agrietamiento ha evolucionado a uno de fallamiento en donde se presentan desplazamientos verticales relativos entre los labios de la grieta.

Comparando la Figura 6 con la Figura 8, se puede observar que el suelo tiende a emerger a la izquierda del agrietamiento (aproximadamente a los 120m del origen). Este comportamiento ha sido observado en el campo (Holtzer, 1984), sin embargo inicialmente se consideró como un error de medición hasta que otros autores lo confirmaron sin que se pudiera dar alguna explicación sobre su origen. Este comportamiento se debe a que en esa zona se presentan importantes desplazamientos horizontales de compresión reduciendo con ello los desplazamientos verticales. Por otro lado, la plasticidad del suelo influye de manera determinante en el tiempo para el cual la falla se desarrolla completamente desde la superficie del terreno hasta el basamento rocoso. Por lo tanto, la altura final del fallamiento del suelo no sólo depende del espesor y del factor de compresión del suelo sino también de su índice plástico. Las deformaciones

horizontales para el bloque central y de frontera, se muestran en las Figuras 9 y 10, respectivamente. La Figura 9 muestra que las zonas de tensión a la izquierda del punto de inflexión se agranda y eventualmente puede generar un nuevo fallamiento. Esto explica porqué los suelos inicialmente se agrietan cerca de las fronteras del graben y posteriormente los agrietamientos corren hacia el centro del valle a unas centenas de metros de distancia y en forma prácticamente paralela a los primeros (Holtzer, 1976). Esta figura también muestra que la zona original de tensión, cercana al agrietamiento permanece, aunque con deformaciones reducidas de tensión. Esto explica porqué las pruebas de refracción geofísica muestran una zona débil de tensión hacia la zona baja del fallamiento (Borchers, 1998).

Por el contrario, la Figura 10 muestra que en el bloque de frontera, la zona de tensión original se reduce en forma importante y solo permanecen algunas pequeñas zonas de tensión hacia la frontera del graben. Debido a que en este caso la mayor parte de los desplazamientos de las partículas de suelo ya han ocurrido, los agrietamientos pueden no evolucionar a fallamientos. Esto puede explicar porqué en las fronteras de algunos valles se han observado grietas que permanecen estables (Sandoval y Bartlett, 1991).

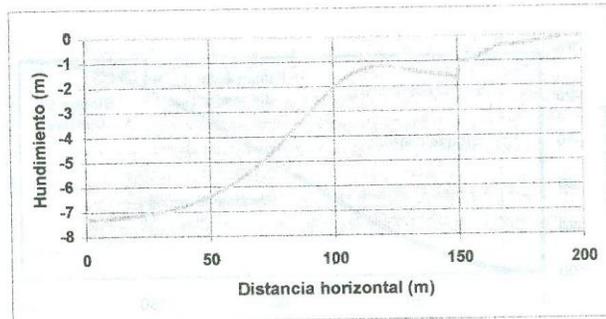


Fig. 8. Perfil del terreno con el análisis de bloques separados

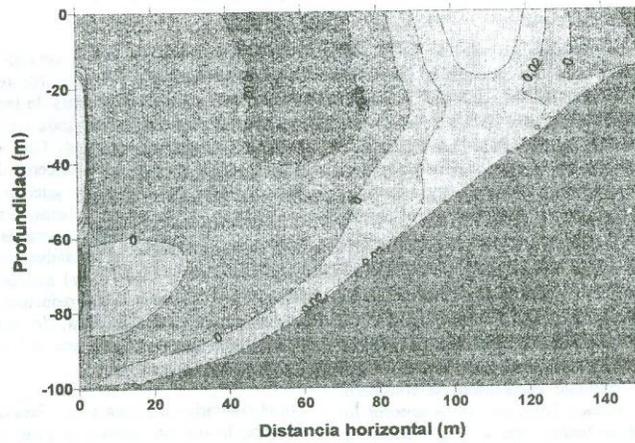


Fig. 9. Deformaciones horizontales en el bloque central

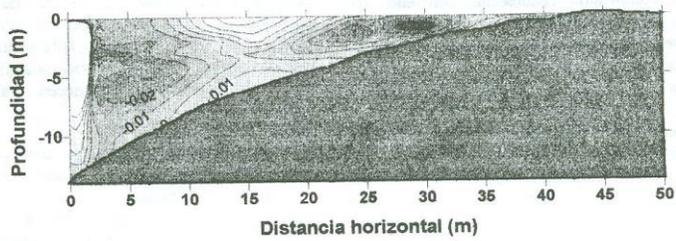


Fig. 10. Deformaciones horizontales en el bloque de frontera.

5. CONCLUSIONES

1. Se ha analizado el proceso de generación y evolución de los agrietamientos del suelo debido a la reducción del nivel freático, aplicando la teoría de pérdida volumétrica en un material compresible colocado sobre un basamento rocoso de forma sinusoidal. Este procedimiento proporciona información valiosa sobre los desplazamientos verticales y horizontales así como de las deformaciones unitarias de la masa de suelo.

2. Los resultados que se reportan aquí solo son aproximados. Sin embargo, estos resultados se corresponden bien con las observaciones de campo y los resultados analíticos reportados por otros investigadores.

3. Los agrietamientos del suelo se producen cuando se satisfacen las siguientes condiciones:

- a) El basamento rocoso presenta una topografía bastante irregular.
- b) Se registran importantes abatimientos del nivel freático.
- c) Los estratos de suelo muestran compresibilidad de media e índices de plasticidad medios o bajos.

4. Los primeros agrietamientos se producen cerca de la frontera del graben. Los agrietamientos posteriores tienden a desarrollarse en forma paralela hacia el centro del valle.

5. Cuando una grieta se desarrolla completamente desde la superficie hasta el basamento y el abatimiento del nivel freático continúa, este fenómeno puede evolucionar en fallas no tectónicas que se manifiestan por diferencia de alturas entre los labios de la grieta. El desarrollo y evolución de estos fallamientos depende del espesor, del factor de compresión y del índice plástico de los estratos así como de la velocidad de extracción del agua.

6. Cuando un agrietamiento se desarrolla completamente formando dos bloques separados, la zona original de tensión se reduce de tamaño apareciendo una nueva distribución de las tensiones. Esto permite predecir la localización de nuevos agrietamientos lo cual resulta sumamente útil para la planeación urbana.

6. REFERENCIAS

- Borchers, J.W. (1998) "Land subsidence: case studies and current research", Proceedings of the Dr. Joseph F. Poland Symposium on Land Subsidence: Association of Engineering Geologists Special Publication, Nr. 8, Star Publishing Co. (Belmont, Cal.), 576p.
- Heindl, L.A. and Feth J.G. (1955) "Pipping and earth cracks, a discusión", American Geophys. Union Trans., vol 36(2),342-345.
- Holtzer T.L. (1976), "Ground failure in areas of subsidence due to ground water decline in the United States", Proc. 2nd Int. Symp. on Land Subsidence, Anaheim, California, IAHS-AISH pub. No 121: 423-433.
- Holtzer T.L., (1984), "Man-induced land subsidence", Reviews in Engineering Geology VI, Geological Society of America, Boulder, Colorado, 221 p.
- Jachens R.C. and Holzer T.L. (1980), "Geophysical investigations of ground failure related to ground water withdrawal, Picacho basin, Arizona", Ground Water, 17: 574-585.
- Larson M.K., (1984), "Potential for subsidence fissuring in the Phoenix, Arizona, USA, area", Third Int. Symp. on Land Subsidence, Venice, Italy, IAHS pub No 151:291-299.
- Pashley, E.F. (1961) "Subsidence cracks in alluvium near Casa Grande, Arizona", Arizona Geol. Soc. Digest, 4: 95-101.
- Robinson G.M. and Peterson D.E. (1962), "Notes on earth fissures in southern Arizona", U.S. Geol. Survey Circular 466.
- Rothenburg L. and Obha A. (1995), "Horizontal ground movements due to water abstraction and formation of earth fissures", Fifth Int. Symp. Land Subs., The Hague, IAHS pub No 234: 239-249.
- Sagaceta, C. (1987), "Analysis of undrained soil deformation due to ground loss", Géotechnique 37,(3):301-320.
- Sandoval J.P. and Bartlett S.R. (1991), "Land subsidence and earth fissuring on the Central Arizona Project, Arizona", Fourth Int. Symp. Land Subs., IAHS pub no 200: 249-260.
- Westerward H.M. (1940) "Effects of a change of Poisson's ratio analyzed by twinned gradients", J. Applied Mechanics: A113-A116
- Winikka C.C. (1964) "Subsidence in the Eloy Picacho area", Proc. of the 11th Arizona Land Surveyors Conf., Arizona Eng. Exp. Sta., Tucson: 39-43.